№ 2. Warszawa, 25 lutego 1933 r. Rok XI.

TECHNIKA CIEPLNA

CZASOPISMO STOWARZYSZENIA DOZORU KOTŁÓW W WARSZAWIE

OFICJALNY ORGAN POLSKIEGO KOMITETU NORMALIZACYJNEGO DLA SPRAW KOTŁOWYCH

REDAKTOR: Inż. mech. ANTONI WITOLD WICIEJEWSKI.

Wydawca: Stowarzyszenie Dozoru Kotłów w Warszawie.

REDAKCJA I ADMINISTRACJA: WARSZAWA, PIUSA XI 32, m. 12. TEL. 8-81-47.

GODZINY BIUROWE: REDAKCJI i ADMINISTRACJI — CODZIENNIE, OD 10 DO 15.

Inż. R. W. MÜLLER.

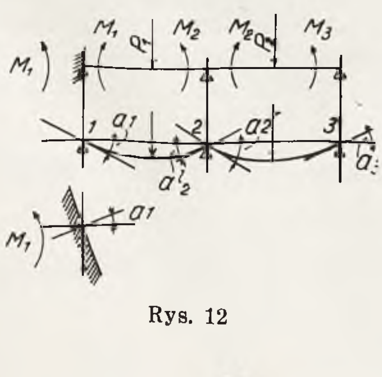
OBLICZENIE ŻELAZNEGO SZKIELETU OBMURZA KOTŁA.

(Por. *Technika Cieplna*, str. 7, r. 1933).

G. Równania odkształcenia sprężystego.

Równania odkształcenia sprężystego stanowiące podstawę obliczenia szkieletu, są ważne przy założeniu proporcjonalności kątów obrotu i przesunięć do sił je wywołujących.[1])

Kąt obrotu belki przy podporze otrzymuje się przez dodanie skutku działania obciążenia lub innych zewnętrznych przyczyn odkształcenia i skutku działania momentów podporowych M_l i M_k, które działają na końcach belki. Według rys. 12 naprzykład i w odniesieniu do rys. 7 mamy dla podpory i na lewo:



Rys. 12

kąt od M_1 równy $a_{11} M_1$
kąt od M_2 $+ a_{12} M_2$
kąt od obciążenia $+ a_{10}$

Razem $a_1 = a_{11} M_1 + a_{12} M_2 + a_{10}$

Moment reakcyjny $- M_1$ działa na podporę, która wskutek tego obraca się o kąt $a_1 = - e_1 M_1$ jeżeli e_1 przyjąć jako „miarę sprężystości" podpory wskutek obrotu momentem $M_1 = i$.

Obydwa obroty a_1 muszą być równe sobie. Skąd otrzymujemy podstawowe równanie odkształcenia 18 odnośnie podpory 1

$$(e_1 + a_{11}) M_1 + a_{12} M_2 + a_{10} = 0 \quad . \quad . \quad (18)$$

i analogicznie dla podpory 2

$$a_{21} M_1 + (a^l_{22} + a^r_{22}) M_2 + a_{23} M_3 + \\ + (a^l_{20} + a^r_{20}) = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

przez co są określone działania po lewej stronie i prawej podpory.

Dla belki ciągłej, spoczywającej na n podporach można napisać n takich równań odkształcenia, z których oblicza się n niewiadomych momentów M.

Dla szkieletu a b c potrzeba 8 równań. Dla dźwigara $d\,d'$ trzeba 3 równań, ponieważ przyjęto $M_n = 0$. Słup e wymaga tylko równania odkształcenia dla punktu 0″ ponieważ $M_2'' = 0$.

Zwykle każde takie równanie odkształcenia zawiera 3 po sobie następujące momenty niewiadome i dlatego nazywa się równaniem trzech momentów. Gdy momenty rozpory (belki poprzecznej) są znane, można obliczyć siły ścinające i stąd wyznaczyć nieznane reakcje podpór. Rozwiązanie równań odkształcenia może być dokonywane jednocześnie dla całkiem różnych wartości elementów obciążenia a_{10}. Ponieważ omawiana **konstruk-**

[1]) To założenie wyraża się ogólniej: „Energja odkształcenia układu jest funkcją kwadratową i jednorodną parametrów odkształcenia (spółrzędnych)". Taki układ nazywają także krótko układem Clapyron'a. (Por. M. T. Huber. Kryterja stałości równowagi. Prace Akad. Nauk Techn. 1926, Nr. 3).

cja ramowa posiada 3 kondygnacje, przeto należy w przykładzie uwzględnić 4 rozmaite przyczyny odkształcenia i dlatego trzeba obliczenie podzielić na 4 części odpowiednio do 4 następujących przypadków:

0) że możliwość poziomego przesunięcia belek jest na razie wstrzymana,

1) że tylko poprzeczna belka 1 — 6 — 9 podlega przesunięciu Δ_1 a wszystkie inne belki chwilowo nie są przesuwalne w płaszczyźnie poziomej.

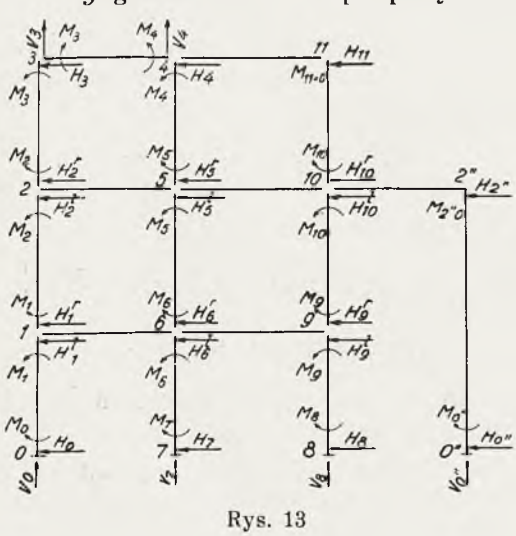
2) że tylko druga poprzeczna belka 2 — 5 — 10 — 2″ podlega przesunięciu Δ_2 na prawo a wszystkie inne poprzeczne belki są unieruchomione,

3) że tylko trzecia rozpora (poprzeczna belka) 3 — 4 — 11 podlega przesunięciu Δ_3 a wszystkie inne poprzeczne belki chwilowo nie są przesuwalne.

Każda z 4 części 0, 1, 2, 3 obliczenia daje wartości momentów M i sił podporowych *H*.

H. Oznaczenia i zestawienia momentów i sił.

Nieznane momenty i siły są oznaczone według rys. 13. Momenty będą oznaczone przez M*xy* gdzie *x* oznacza podporę dla któ-



Rys. 13

rej moment został określony. Drugi wskaźnik oznacza z której z 4 części: 0, 1, 2, 3 obliczenia jest moment wyprowadzony.

Siły *H* są odpowiednio proporcjonalne do nacisków na podpory przęseł. H_x^l względnie H_x^r oznacza, że udział nacisku na podporę *x* został obliczony z przęsła belki na lewo, względnie na prawo od podpory. Według rys. 13 równanie momentów daje dla przęsła belki

$$H_x^r = -\frac{M_x - M_y}{h_{xy}} \quad . \quad . \quad (20)$$

$$H_x^l = - H_x^r$$

Suma obydwu części $H_x = H_x^l + H_x^r$ daje wypadkową nacisku podpory *xy*, gdzie drugi wskaźnik *y*, jak przedtem, oznacza że nacisk na podporę został wyprowadzony z obliczenia wskutek przesunięcia $\Delta\, y$ rozpory (poprzecznej belki) *y*.

I. Obliczenie słupa *e*.

Końcowy słup *e* nie jest ani obciążony bezpośrednio, ani też nie doznaje wpływu przesunięcia Δ_1 pierwszej rozpory (poprzecznej belki) i przesunięcia Δ_3 trzeciej rozpory. Jednak wpływa nań przesunięcie Δ_2 drugiej rozpory.

Tymczasowo przyjęto, że dla wszystkich poprzecznych belek jest $\Delta = 100\ tm^3$ i obliczono wynikające stąd momenty gnące. Przy pomocy równania 20 wyprowadzono siły poprzeczne *H* z różnic momentów.

W słupie końcowym *e* zachodzi przynajmniej siła przesuwająca na podporze 2″, która odpowiada wymienionej wartości $\Delta = 100\ tm^3$, albo według równania 15 rzeczywistemu przesunięciu podpory 2″ na prawo $W = 0{,}49418\ cm$; z drugiej strony siła jednakowej wielkości, jednak przeciwnie skierowana 0″, która działa na stopę podpory.

Zgodnie z przyjęciem przegubowego połączenia z belką poprzeczną w 2″ mamy moment $M_2'' = 0$. Moment M_0'', który działa na stopę słupa wyprowadza się z równania odkształcenia dla podpory 0″ i jest według równania 18: $(e_e + a_{0''0''})\, M_{0''} + a_{0''0} = 0$, gdzie e_e jest miarą odkształcenia przy obrocie stopy słupa w betonie wskutek momentu $M_0'' = 1$. Moment ten może być wzięty z tablicy 2 według obliczenia równaniem 5. Wielkość $a_{0''0''}$ jest 6*JE* krotnym kątem przy podporze 0″. Oblicza się ją według równania 9, dla $M_0''=1$ (tabl. 3). Wielkość $a_{0''0}$ otrzymuje się z równania 16. A zatem:

$$(7{,}7432 + 35{,}1727)\, M_0'' + 18{,}8679 = 0$$

$$M_0''{}_2 = -\, 0{,}4396\ tm \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

Według równania 20 siła poprzeczna równa się:

$$H_0''{}_2 = -\, H_2''{}_2 = -\, M_0'' : h_{02} =$$

$$= +\, 0{,}43965 : 5{,}300 = +\, 0{,}0830\, t \quad . \quad . \quad (22)$$

K. Obliczenie słupa *d d′*.

Słup *d d′* oblicza się jak belka poprzeczna spoczywająca na 4 podporach, z których 3 mogą się swobodnie przesuwać, podczas gdy pierwsza podpora (8) jest sprężyście umocowana. Stopień sprężystego zamocowania odpowiadający momentowi bezwładności J_F stopy słupa może być wzięty z tablicy 2. Po-

nieważ połączenie belki 4 — 11 w węźle 11 jest przyjęte jako przegubowe, przeto $M_{11}=0$. W ten sposób dla podpór 8 — 9, 9 — 10 i 10 — 11 mamy tylko 3 równania dla punktów podparcia 8,9 i 10, a mianowicie:

$$\text{dla punktu 8: } (e_8 + a_{88})\, M_8 + a_{89}\, M_9 + a_{80} = 0$$

$$\text{„ „ 9: } a_{98} \cdot M_8 + a_{99} \cdot M_9 + a_{9,10} \cdot M_{10} + a_{90} = 0 \qquad (23)$$

$$\text{„ „ 10: } a_{10,9} \cdot M_9 + a_{10,10} \cdot M_{10} + a_{10,0} = 0$$

Wielkości a_{10} przyjmują rozmaite wartości stosownie do wyżej wymienionych działów obliczenia, w zależności od tego, czy są wyprowadzone z obciążenia H_x czy też z „przesunięcia" Δ_1, Δ_2, Δ_3. Wartości a_{ik} momentów mogą być wzięte z tablicy 3. Te 3 równania 23 należy rozwiązać względem 3 nieznanych momentów M_8, M_9 i M_{10}.

Tu może być zastosowana metoda rozwiązania, którą zaleca dr. inż. P. Pasternak b. docent Politechniki w Zurichu[1]). Ta metoda rozwiązania podana przez Gauss'a i początkowo przeznaczona dla teorji błędów została przez Pasternaka rozwinięta i zastosowana do zagadnień statyki konstrukcji.

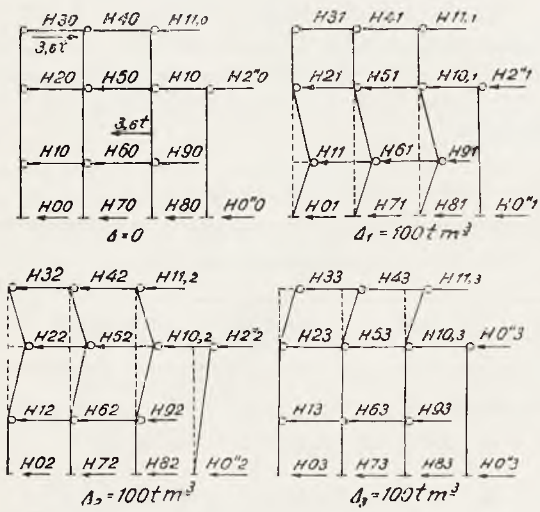
Tablica 4 zawiera równania 23 schematycznie zestawione tak, że każda liczba figuruje tylko raz. Wartości $a_{98} = a_{89}$ i $a_{10,9} = a_{9,10}$ opuszczono ponieważ w późniejszej eliminacji odpadają.

TABLICA IV i V. Przegląd równań sprężystości i ich rozwiązań dla podpory *d d'*.

Równanie Nr	M_8	M_9	M_{10}	$H = 3{,}6\ t$	elementy obciążenia dla			Stosunek μ
					$\Delta_1 = 100\ tm^3$	$\Delta_2 = 100\ tm^3$	$\Delta_3 = 100\ tm^3$	
8	5,8651	2,2308		0	+ 41,6667	0	0	$\mu_8 = -a_{89} : a_{88}$
9		9,8527	2,6956	— 10,2573	— 76,1495	+ 34,4828	0	
10			11,3794	— 8,0292	+ 34,4828	— 71,0459	+ 36,5631	
TABLICA V. Rozwiązanie według metody Gauss'a.								
8	5,8651	2,2308			41,6667			— 0,380352
9		9,8527	2,6956	— 10,2573	— 76,1495	+ 34,4828		
	μ_8 8	— 0,8485			— 15,8480			
IX		9,0042	2,6956	— 10,2573	— 91,9975	+ 34,4828		— 0,299371
10			11,3794	— 8,0292	+ 34,4828	— 71,0459	+ 36,5631	
	μ_9 IX		— 0,8070	+ 3,0707	+ 27,5414	— 10,3232		
X			10,5724	— 4,9585	+ 62,0242	— 81,3691	+ 36,5631	
			$M_{10} =$	+ 0,4690	— 5,8666	+ 7,0964	— 3,4584	*tm*
			$a_{910}\ M_{10}$	1,2642	— 15,8140	20,7463	— 9,3223	
			IX zred.	— 8,9931	— 107,8115	55,2291	— 9,3223	
		$M_9 =$		+ 0,9988	+ 11,9735	— 6,1337	+ 1,0353	*tm*
		$a_{89}\ M_9$		+ 2,2280	+ 26,7104	— 13,6831	+ 2,3096	
		VIII zred.		+ 2,2280	+ 68,3771	— 13,6831	+ 2,3096	
	M_8			— 0,3799	— 11,6583	+ 2,3330	— 0,3938	*tm*

[1]) W swej książce: „Uber Berechnung Vielfach Statisch unbestimmter Biegefester Stab — und Flächentragwerke".

Rozwiązanie według tablicy 5 wykonywa się w sposób następujący. Napisawszy równanie 8 oblicza się ujemny stosunek $\mu_8 = - a_{89} : a_{88}$ i wprowadza się go. Po napisaniu równania 9 dodaje się doń równania 8 mnożone przez stosunek μ_8. Pierwszy wyraz w sumie obydwu równań znosi się. Nowe zredukowane równanie IX zawiera znów tylko dwa niewiadome momenty. Stały stosunek μ_9 oblicza się jak przedtem z odpowiednich wartości a. Teraz pisze się równanie 10 i pod niem zredukowane równanie IX



Rys. 14

pomnożone przez μ_9 poczem oba równania jak przedtem dodaje się, co daje zredukowane równanie X i t. d.

W naszym przypadku równanie X zawiera już tylko jedną niewiadomą M_{10}. Po obliczeniu M_{10} wykonywa się teraz redukcję równań wstecz. Wiadoma wartość M_{10} mnoży się przez własny indeks zredukowanego równania IX. Przez dodanie rezultatu do „elementu obciążenia" równania IX otrzymujemy elementy obciążenia sprowadzone do równania IX. Nieznany jeszcze moment M_9 w równaniu IX otrzymuje się znów jako iloraz ujemny zredukowanego elementu obciążenia z równania IX indeksu M_9 w równaniu IX. Po określeniu M_9 równanie 8 zawiera tylko jedną nieznaną wielkość M_8. Jak przedtem dodaje się $a_{89} \cdot M_9$ do elementu obciążenia równania VIII, które teraz jest identyczne z równaniem 8 i otrzymuje się znów M_8 jako iloraz ujemny, wyprowadzony z elementu obciążenia zredukowanego do VIII jako licznika i indeksu a_{88} od M_8 jako mianownika.

Wszystkie momenty podporowe są w ten sposób określone. Obliczenie można wykonać jednocześnie dla wszystkich 4 przyczyn odkształcenia, H, Δ_1, Δ_2, Δ_3. Według równania 20 można z momentów obliczyć lewe i prawe wielkości nacisku podporowego, które w sumie dają nacisk całkowity H. Siły H, które działają na podpory są podane w tablicy 6.

TABLICA VI. Obliczenie sił poprzecznych z momentów dla podpory $d\,d'$.

	$H = 3{,}6\ t$	$\Delta_1 = 100\ tm^3$	$\Delta_2 = 100\ tm^3$	$\Delta_3 = 100\ tm^3$
$M_8 - M_9$	— 1,3786	— 23,6318	+ 8,4667	— 1,4291
$M_9 - M_{10}$	+ 0,5298	+ 17,8401	— 13,8301	+ 4,4937
H_8	+ 0,5744	+ 9,8466	— 3,5278	+ 0,5955
$H_9{}^r$	— 0,1827	— 6,1517	+ 4,7690	— 1,5495
$H_{10}{}^r$	— 0,1715	+ 2,1450	— 2,8140	+ 1,2645
A_9	— 2,4579			
A_{10}	— 1,1421			
H_8	+ 0,5744	+ 9,8466	— 3,5278	+ 0.5955
$A_9 + H_9{}^l + H_9{}^r = H_9$	— 3,2150	— 15,9983	+ 8,2968	— 2,1450
H_{10}	— 1,1309	+ 8,2968	— 7,5830	+ 2,8140
$A_{10} + H^l_{10} + H^r_{10} = H_{11}$	+ 0,1715	— 2,1450	+ 2,8140	— 1,2645

TABLICA VII. Przegląd równań sprężystości (odkształcenia) i rozwiązań *a*, *b*, *c*.

Równanie №	M_0	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7	$p=18,4\ t$	Składowe obciążenia $\Delta_1=100\ tm^3$	$\Delta_2=100\ tm^3$	$\Delta_3=100\ tm^3$	Stosunek
0	5,3623	1,9794							0	+ 41,6667	0	0	$\mu_0 = - a_{01} : a_{00}$
1		8,7424	2,3918						0	— 76,1495	+ 34,4828	0	
2			9,2950	2,2557					0	+ 34,4828	— 71,0459	+ 36,5631	
3				9,5914	2,5400				44,2714	0	+ 36,5631	— 36,5631	
4					11,8710	—3,3955			44,7386	0	— 36,5631	+ 36,5631	
5						13,9917	3,6003		0	+ 34,4828	— 71,0459	+ 36,5631	
6							13,1599	2,9796	0	— 76,1495	+ 34,4828	0	
7								7,3627	0	+ 41,6667	0	0	

Rozwiązanie 8 równań sprężystości według metody Gauss'a.

Równanie №	M_0	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7	$p=18,4\ t$	$\Delta_1=100\ tm^3$	$\Delta_2=100\ tm^3$	$\Delta_3=100\ tm^3$	Stosunek
0	5,3623	1,9794							0	+ 41,6667	0	0	$\mu_0 = -0,369133$
1		8,7424	2,3918						0	— 76,1495	+ 34,4828	0	
	μ_0 0	—0,7307								— 15,3805	0		
I		8,0117	2,3918							— 91,5300	+ 34,4828		$\mu_1 = -0,298538$
2			9,2950	2,2557						+ 34,4828	— 71,0459	+ 36,5631	
	μ_1 I		—0,7140							+ 27,3252	— 10,2944	0	
II			8,5810	2,2557						+ 61,8080	— 81,3403	+ 36,5631	$\mu_2 = -0,262872$
3				9,5914	2,5400				44,2714	0	+ 36,5631	— 36,5631	
	μ_2 II			—0,5930						— 16,2476	+ 21,3820	— 9,6114	
III				8,9984	2,5400				44,2714	— 16,2476	+ 57,9451	— 46,1745	$\mu_3 = -0,282272$
4					11,8710	—3,3955			44,7386	0	— 36,5631	+ 36,5631	
	μ_3 III				—0,7170				—12,4966	+ 4,5862	— 16,3563	+ 13,0338	
IV					11,1540	—3,3955			+32,2420	+ 4,5862	— 52,9194	+ 49,5969	$\mu_4 = +0,304419$
5						13,9917	3,6003		0	+ 34,4828	— 71,0459	+ 36,5631	
	μ_4 IV					—1,0337			9,8151	+ 1,3961	— 16,1097	+ 15,0982	
V						12,9580	3,6003		9,8151	+ 35,8789	— 87,1556	+ 51,6613	$\mu_5 = -0,277843$
6							13,1599	2,9796	0	— 76,1495	+ 34,4828	0	
	μ_5 V						—1,0003		— 2,7271	— 9,9687	+ 24,2156	— 14,3537	
VI							12,1596	2,9796	— 2,7271	— 86,1182	+ 58,6984	— 14,3537	$\mu_6 = -0,245041$
7								7,3627	0	+ 41,6667	0	0	
	μ_6 VI							—0,7301	+ 0,6682	+ 21,1025	— 14,3835	+ 3,51726	
VII								6,6326	+ 0,6682	+ 62,7692	— 14,3835	+ 3,51726	
								$M_7 =$	— 0,1008	— 9,4638	+ 2,1686	— 0,5303	*tm*
								$a_{67} M_7$	— 0,3002	— 28,1983	6,4616	— 1,5801	
								VI red.	— 3,0273	—114,3165	65,1600	— 15,9338	
							$M_6 =$		+ 0,2490	+ 9,4014	— 5,3587	+ 1,3104	*tm*
							$a_{56} M_6$		+ 0,8963	33,8477	— 19,2931	4,7178	
							V red.		10,7117	69,7266	—106,4486	56,3791	
						$M_5 =$			— 0,8266	— 5,3810	+ 8,2149	— 4,3509	*tm*
						$a_{45} M_5$			2,8068	18,2710	— 27,8936	14,7735	
						IV red.			35,0489	22,8573	— 80,8130	64,3703	
					$M_4 =$				— 3,1423	— 2,0492	+ 7,2452	— 5,7710	*tm*
					$a_{34} M_4$				— 7,9813	— 5,2051	18,4028	— 14,6584	
					III red.				36,2901	— 21,4527	76,3480	— 60,8330	
				$M_3 =$					— 4,0329	+ 2,3840	— 8,4846	+ 6,7604	*tm*
				$a_{23} M_3$					— 9,0971	5,3777	— 19,1387	15,2494	
				II red.						67,1856	—100 4790	51,8125	
			$M_2 =$						+ 1,0602	— 7,8296	+ 11,7095	— 6,0381	*tm*
			$a_{12} M_2$						2,5357	— 18,7269	28,0068	— 14,4419	
			I red.						″	—110,2569	62,4896	″	
		$M_1 =$							— 0,3165	+ 13,7619	— 7,7998	+ 1,8026	*tm*
		$a_{01} M_1$							— 0,6265	27,2403	— 15,4388	3,5680	
		0 red.							″	68,9070	″	″	
	$M_0 =$								+ 0,1168	— 12,8503	+ 2,8791	— 0,6654	*tm*

L. Obliczenie ramownicy *a b c.*

Ramownicę *a b c* traktujemy jako dźwigar, spoczywający na 8 podporach. Podpory skrajne 0, 7 i podpory środkowe 3, 4 są sprężyście podatne podczas gdy podpory pośrednie 1, 2, 5, 6 są swobodnie ruchome. Aby obliczyć 8 momentów od M_0 do M_7 potrzebne jest 8 równań, które są numerowane według węzłów od 0 do 7. Tablica 7 zawiera przegląd równań odkształcenia i ich rozwiązanie według metody eliminacyjnej Gauss'a która była omówiona w rozdziale poprzednim. Znaki algebraiczne indeksów *a*, zwłaszcza odnośnie do momentu M_4 zasługują na uwagę z powodu różnicy znaku między momentem końcowym rozpory (poprzecznej belki) M_1 i wierzchołkowym momentem słupa M_4. Dodatni moment rozpory odpowiada ujemnemu momentowi w końcowym dźwigarze na prawo. Dużą korzyść rozwiązania 8 równań z 8 niewiadomemi według eliminacyjnej metody Gauss'a wykazuje tablica 7[1]). Zadanie jest tutaj rozwiązane z cztery razy mniejszym nakładem pracy i czasu. Tablica 8 zawiera odpowiednio jak tabl. 6 siły podporowe *H*, obliczone według równania 20 z różnic momentów, które działają na poszczególne dźwigary. Zasadnicza część zagadnienia jest w taki sposób rozwiązana, pozostaje tylko określić ogólny stan przesunięcia szkieletu. Przy pomocy równań warunkowych dla przesunięcia poprzecznej belki i sił podporowych można tego dokonać, a stąd wyprowadzić momenty i siły na końcach.

M. Ogólny stan przemieszczenia szkieletu.

Jest zrozumiałe, że w rzeczywistości ani poprzeczna belka 1 nie doznaje przesunięcia Δ_1, ani poprzeczna belka 2, przesunięcia Δ_2, ani poprzeczna belka 3 przesunięcia Δ_3 i że w ogólności:
przesunięcie belki poprzeczenej 1 jest

$$V_1 = \alpha \Delta_1$$

przesunięcie belki poprzecznej 2 jest

$$V_2 = \beta \Delta_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (24)$$

przesunięcie belki poprzecznej 3 jest

$$V_3 = \gamma \Delta_3$$

α, β, γ, są nieznane wielokrotności dowolnie przyjętych „przesunięć" $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 = 100\ t\,m^3$, które według równania 14 i 15 muszą być dokładnie określone. Są one wyprowadzone z 3 równań warunkowych, dla sum wszystkich sił podporowych belki poprzecznej. Według równania 16 otrzymuje się naciski podporowe H_{xy} odpowiadające czterem rozmaitym przyczynom odkształcenia $\Delta_0, \Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ z tablic 6 i 8.

TABLICA VIII. Obliczenie sił poprzecznych z momentów dla *a, b, c.*

		$P = 18{,}4\ t$	$\Delta_1 = 100\ tm^3$	$\Delta_2 = 100\ tm^3$	$\Delta_3 = 100\ tm^3$
$M_0 - M_1$		+ 0,4333	— 26,6122	+ 10,6789	— 2.4680
$M_1 - M_2$		— 1,3766	+ 21,5915	— 19,5093	+ 7,8407
$M_2 - M_3$		+ 5,0931	— 10,2137	+ 20,1941	— 12,7985
$M_3 - M_4$		— 0,8907	+ 4,4333	— 15,7298	+ 12,5314
$M_5 - M_4$		— 3,9689	— 7,4302	+ 15,4601	— 10,1219
$M_6 - M_5$		+ 1,0756	+ 14,7823	— 13,5736	+ 5,6613
$M_7 - M_6$		— 0,3497	— 18,8651	+ 7,5274	— 1,8407
H_0		— 0,1806	+ 11,0884	— 4,4495	+ 1,0283
H_1^r		+ 0,4747	— 7,4454	+ 6,7273	— 2,7037
H_2^r		— 1,8622	+ 3,7344	— 7,3836	+ 4,6795
H_5^r		+ 1,4511	+ 2.7167	— 5,6527	+ 3.7009
H_6^r		— 3,7089	— 5,0973	+ 4,6806	— 1,9522
H_7^r		+ 0,1457	+ 7,8605	— 3,1364	+ 0,7670
V_3		+ 0,3507	— 1,7454	+ 6,1928	— 4,9336
V_4		— 0,3507	+ 1,7454	— 6,1928	+ 4,9336
A_3		9.0551			
A_4		9,3449			
	V_0	+ 9,4058	— 1,7454	+ 6,1928	— 4,9336
	V_7	+ 8,9942	+ 1,7454	— 6,1928	+ 4,9336
	H_0	— 0,1806	+ 11,0884	— 4,4495	+ 1,0283
$H_1^l + H_1^r$	H_1	+ 0,6552	— 18,5338	+ 11,1769	— 3,7320
$H_2^l + H_2^r$	H_2	— 2,3369	+ 11,1798	— 14,1109	+ 7,3832
	H_3	+ 1,8622	— 3,7344	+ 7,3836	— 4,6795
	H_4	— 1,4511	— 2,7167	+ 5,6527	— 3,7009
$H_5^r + H_5^l$	H_5	+ 5,1600	+ 7,8141	— 10,3332	+ 5,6531
$H_6^r + H_6^l$	H_6	— 3,8546	— 12,9578	+ 7,8170	— 2,7191
	H_7	+ 0,1457	+ 7,8605	— 3,1364	+ 0,7670

α. Dla poprzecznej belki (rozpory) 1, 6, 9 krotko nazwanej belką 1 musi być suma wszystkich poziomych sił H równą 0; $\Sigma H_1 = 0$.

β. Otrzymuje się podobnie dla belki poprzecznej 2, 5, 10, 2″ gdy dodamy siły H czterech podpór: $\Sigma H_2 = 0$.

γ. Dla belek poprzecznych 3, 4, 11 suma poziomych sił H to jest nacisków podporowych w punktach 3, 4 i 11 musi być równa wartości składowej zewnętrznego obciążenia H_A, mianowicie 3, 6 *t*. Z tych założeń wyprowadza się:

N. Równania warunkowe dla sił w belkach poprzecznych.

Te równania mają postać:

$$\alpha\,(H_{11} + H_{61} + H_{91}) + \beta\,(H_{12} + H_{61} + H_{92}) + \gamma\,(H_{13} + H_{63} + H_{93}) + (H_{10} + H_{60} + H_{90}) = 0$$

$$\alpha\,(H_{21} + H_{51} + H_{10,1}) + \beta\,(H_{22} + H_{52} + H_{10,2} + H_{2'',2}) + \gamma\,(H_{23} + H_{53} + H_{10,3}) + (H_{20} + H_{50} + H_{10,0}) = 0$$

$$\alpha\,(H_{31} + H_{41} + H_{11,1}) + \beta\,(H_{31} + H_{42} + H_{11,2}) + \gamma\,(H_{33} + H_{43} + H_{11,3}) + (H_{30} + H_{40} + H_{11,0}) = 3{,}6$$

Wyrażenia trzech równań ujęte w nawiasy mogą być obliczone z tablicy 6 i 8, w których są podane wartości sił H. Dla każdego wyrazu w nawiasach oznaczonego w skróceniu $\Sigma H = K$ otrzymuje się 3 skrócone równania:

$$\begin{aligned} \alpha\,K_{11} + \beta\,K_{12} + \gamma\,K_{13} &= -K_{10} \\ \alpha\,K_{21} + \beta\,K_{22} + \gamma\,K_{23} &= -K_{20} \qquad (25) \\ \alpha\,K_{31} + \beta\,K_{32} + \gamma\,K_{33} &= -K_{30} - 3{,}6 \end{aligned}$$

Każde K_{xy} jest zatem sumą wszystkich poziomo działających nacisków podporowych w belce poprzecznej x wywołanych przez przyczynę przemieszczenia y. Trzy niewiadome wartości α, β, γ, obliczymy tutaj przy pomocy wyznaczników, chociaż metoda Gauss'a prowadzi szybciej do celu.

Oto schemat wartości K rozmieszczonych jak w równ. (25):

$$\left|\begin{array}{rrr} -47{,}4899 & +27{,}2906 & -8{,}5961 \\ +27{,}2906 & -32{,}1101 & +15{,}8503 \\ -8{,}5961 & +15{,}8503 & -9{,}6449 \end{array}\right| \begin{array}{r} +6{,}4144 \\ =-1{,}6923 \\ -4{,}1825 \end{array} \quad (25a)$$

Te wartości są zarazem spółczynnikami wyznaczników, które mogą być obliczone naprzykład według podręcznika „Hütte", tom I, rozdział o wyznacznikach i równaniach 1-go stopnia. Przy oznaczeniu skracającem $-\underset{30}{K_x} = -K_{30} - 3{,}6$ otrzymuje się następujące wartości wyznaczników:

$$D = \left|\begin{array}{ccc} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{array}\right| = -657{,}29959$$

$$D_\alpha = \left|\begin{array}{ccc} -k_{10} & k_{12} & k_{13} \\ -k_{20} & k_{22} & k_{23} \\ -\underset{30}{k_x} & k_{32} & k_{33} \end{array}\right| = -494{,}57213 \qquad (26)$$

$$D_\beta = \left|\begin{array}{ccc} k_{11} & -k_{10} & k_{13} \\ k_{21} & -k_{20} & k_{23} \\ k_{31} & -\underset{30}{k_x} & k_{33} \end{array}\right| = -2002{,}78988$$

$$D_\gamma = \left|\begin{array}{ccc} k_{11} & k_{12} & -k_{10} \\ k_{21} & k_{22} & -k_{20} \\ k_{31} & k_{33} & -\underset{30}{k_x} \end{array}\right| = -3135{,}60328$$

Stąd szukane wielokrotności dowolnie przyjętego przemieszczenia poprzecznej belki $\Delta = 100\ t\,m^3$:

$$\alpha = D_\alpha : D = 0{,}75243;\ \beta = D_\beta : D = 3{,}04700;$$
$$\gamma = D_\gamma : D = 4{,}77043 \qquad (27)$$

O. Całkowite przemieszczenie poprzecznej belki.

$6\,JE$ — krotne wartości całkowitych przemieszczeń poprzecznych belek na prawo są następujące:

dla poprzecznej belki 1, 6, 9 przemieszczenie

$$V_1 = \alpha\,\Delta = 75{,}243\ tm^3$$

dla poprzecznej belki 2, 5, 10, 2″ przemieszczenie

$$V_2 = \beta\,\Delta = 304{,}700\ tm^3$$

dla poprzecznej belki 3, 4, 11 przemieszczenie

$$V_3 = \gamma\,\Delta = 477{,}043\ tm^3$$

Rzeczywiste zaś przemieszczenia, obliczone według równania 15 są:

dla poprzecznej belki 1 przemieszczenie

$$W_1 = \alpha\ W = 0{,}373\ cm$$

dla poprzecznej belki 2 przemieszczenie

$$W_2 = \beta\ W = 1{,}506\ cm$$

dla poprzecznej belki 3 przemieszczenie

$$W_3 = \gamma\ W = 2{,}357\ cm$$

co dokładnie określa całokształt szkieletu.

(D. c. n.).

Inż. Z. KLĘBOWSKI

DENKO UTWORZONE Z CZASZY KULISTEJ PRZYMOCOWANEJ DO SZTYWNEGO PIERŚCIENIA STOŻKOWEGO

Różne wykonania tych denek które krótko nazywać będziemy *„kulistemi lub wprost denkami bez wyobleń“* uwidoczniono na rys. 1, 2, 3 i 4. Wszystkie one posiadają wspólne cechy, a mianowicie:

1) środkowa część denka ma postać czaszy kulistej z jednakowej grubości blachy,

2) kołnierz lany lub kuty, dostatecznie gruby i praktycznie nieodkształcony,

3) przymocowanie części sferycznej do pierścienia może być jakiekolwiek, byleby zakładne.

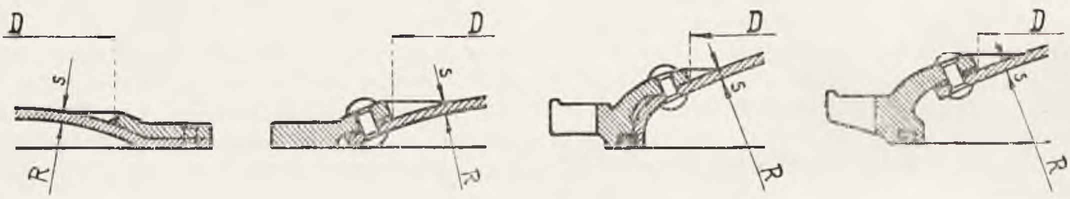
Przyjmujemy $\sigma_3 = 0$ jako bardzo małe w porównaniu z σ_1 i σ_2.

W środku płyty mamy

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{3}{8}\, p \left(\frac{D}{2}\right)^2 \frac{1}{s^2} \quad . \quad . \quad (4)$$

oraz σ_3 przyjmujemy również jako równe zeru.

B. W drugim skrajnym przypadku $\left(R = \frac{D}{2}\right)$ mamy w wierzchołku czaszy $\sigma_1 = \frac{p \,.\, D}{4 \,.\, s}$



Rys. 1 — 4

W skrajnych przypadkach przy $R = \infty$ mamy powierzchnię zamocowania płaską, a przy $R = \frac{D}{2}$ powierzchnia zamocowania przechodzi w walcową.

Z powyższego widać, iż zasadnicza różnica pomiędzy omawianemi denkami i denkami talerzowemi jest brak wyoblenia, charakteryzowanego w denkach talerzowych promieniem *r*.

Określając wymiary w *cm*, ciśnienie i naprężenie w *kg/cm*², otrzymujemy następujące:

A. W pierwszym skrajnym przypadku ($R = \infty$) przy małych odkształceniach, w miejscu zamocowania (na obrzeżu okrągłej płyty) mamy:

σ_1 — naprężenie południkowe (radjalne);

σ_2 — naprężenie równoleżnikowe (styczne do okręgu obrzeża);

σ_3 — naprężenie normalne do powierzchni (prostopadłe do poprzednich dwóch);

$$\sigma_1 = \frac{3}{4}\, p \left(\frac{D}{2}\right)^2 \frac{1}{s^2} = \frac{p \,.\, D}{4 \,.\, s} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{D}{s} \quad . \quad . \quad (1)$$

$$\sigma_2 = \mu\, \sigma_1 = \frac{3}{4}\, \mu\, p \left(\frac{D}{2}\right)^2 \frac{1}{s^2} \quad . \quad . \quad (2)$$

$$\sigma_3 = -\, p \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

natomiast w związku z rezultatami badań Bacha, Siebel'a i Körber'a oraz Höhn'a uznano, uwzględniając to w nowych przepisach niemieckich[1]), iż materjał znajduje się na granicy plastyczności, kiedy mamy w miejscu zamocowania $\left(K_p = \frac{1}{2}\, y \,.\, p \,\frac{D}{s} \text{ gdzie } y = 0{,}55\right)$

$$\text{czyli } K_p = 1{,}1 \cdot \frac{p \,.\, D}{4 \,.\, s} \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Prawa strona równości (5) nie oznacza naprężenia południkowego σ_1 na obrzeżu, lecz wysiłek w tem miejscu, czyli według hipotezy energji postaciowej jest ona równoznaczna z funkcją

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\, \sigma_2 = W.$$

Przy $\sigma_2 = \mu\, \sigma_1$ i przy $\mu = 0{,}3$.

$$\sigma_1 = 1{,}2375\, \frac{p \,.\, D}{4 \,.\, s} = 1{,}2375\, \frac{p \,.\, R}{2 \,.\, s}$$

[1]) Nachtrag zur Ausgabe Oktober 1926 der Werkstoff und Bauvorschriften für Landdampfkessel (nach Beschlüssen des Deutschen Dampfkesselausschusses vom März 1927) nebst Erläuterungen.

Naprężenie σ_2 znajduje się w granicach $\sigma_2 = \mu\,\sigma_1$ i $\sigma_2 = \sigma_1$. Dolna granica odpowiada dokładnemu zamocowaniu na obrzeżu półkulistego dna, górna zaś domniemywa panowanie takich warunków, jakgdyby istniało dopełnienie półkulistego dna pozostałą brakującą półkulą.

Ponieważ wspomniane doswiadczenia z dnami półkulistemi dotyczą przeważnie den przynitowanych do płaszcza, to σ_2 w warunkach badań zbliżają się raczej do dolnej granicy $\sigma_2 = \mu\,\sigma_1$ niż do górnej $\sigma_2 - \sigma_1$.

Trzecia możliwość, a mianowicie — rozciąganie obrzeża półkulistego dna przez płaszsz mogłaby zajść jeżeliby przy przejściu półkuli do cylindra była spełniona nierówność:

$$\frac{p\,.\,D}{2.s\,E} - \mu\frac{p\,.\,D}{4sE} > \frac{p\,.\,D}{4s_2E} - \mu\frac{p\,.\,D}{4s_2E}$$

(przez s_1, s_2 i s oznaczymy grubość blachy walczaka, dennicy i miejsca połączenia walczaka z dennicą) albo

$$\frac{s}{s_2} < \frac{2-\mu}{1-\mu} \quad \text{przy } \mu = 0{,}3 \text{ mamy } \frac{s}{s_2} < 2{,}43$$

Biorąc najgorsze warunki (możliwie cienki walczak i bez otworu na właz, możliwie gruba dennica), otrzymujemy

$$s_1 = \frac{D\,.\,p\,.\,4}{200\,R\,.\,1} + c; \quad \text{i} \quad s_2 = D\,.\,0{,}59\,\frac{p\,.\,3{,}5}{200.R} + c;^{1)}$$

co daje nam z dokładnością do wielkości c

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{4}{0{,}59\,.\,3{,}5} = 1{,}94;$$

a bacząc, iż $s = \sim s_1 + s_2$ mamy $\frac{s}{s_2} = 2{,}94 > 2{,}43$

co dowodzi, iż w przynitowanych do płaszcza denkach, nie zachodzi możność rozciągania obrzeża dennicy przez płaszcz. Może to mieć jedynie miejsce w dennicach o grubości przesadnie dużej, co jest bez znaczenia wobec zwiększonej wytrzymałości dennicy.

Warunki wytrzymałościowe według hipotezy energji postaciowej dla obydwu granic dają nam równości:

dla dolnej: $\sigma_1\sqrt{1+\mu^2-\mu} = K_p$; przy $\mu = 0{,}3$

$$0{,}889\,\sigma_1 = K_p$$

dla górnej: $\sigma_1 = K_p$.

[1]) Według nowych polskich przepisów.

Średnia arytmetyczna:

$$0{,}94\,\sigma_1 = K_p \quad (\text{ściślej } 0{,}9445\,\sigma_1 = K_p) \quad . \quad (6)$$

Dla granicznych przypadków odchylenia wartości K_p wynoszą zaledwie $\pm$ 6,4%.

Jeżeli przeciętne przypadki zbliżają się bardziej do dolnej granicy ($\sigma_2 = \mu\,\sigma_1$) niż do górnej ($\sigma_2 = \sigma_1$), to przyjęcie równości 6 zamiast $0{,}94\,\sigma_1 > K_p > 0{,}889\,\sigma_1$ powoduje błąd na korzyść pewności obliczenia. Błąd ten nie może być duży gdyż w żadnym razie nie przekrocz 6,4%. Te rozważania wykorzystamy jedynie do zdania sobie sprawy z wielkości powstających naprężeń zginających.

W równości 6 naprężenie

$$\sigma_1 = \sigma_1' + \sigma_1'' \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (7)$$

gdzie

$$\sigma_1' = \frac{p\,R}{2\,s} = \frac{p\,D}{4\,s} \quad . \; . \; . \; . \quad (8)$$

jest naprężeniem powłokowem a σ_1'' jest dodatkowem naprężeniem pochodzącem od zginania, które otrzymamy z równości (5) i (6)

$$\frac{1{,}1\,.\,p\,D}{4\,s} = 0{,}94\left(\frac{p\,D}{4\,s} + \sigma_1''\right)$$

skąd

$$\sigma_1'' = 0{,}17\,\frac{p\,D}{4\,s} \quad . \; . \; . \; . \quad (9)$$

Nowe polskie przepisy[1]) wprowadzają spółczynnik uwzględniający wypukłość dna

$$z = \frac{0{,}04}{\alpha\,(\alpha - 0{,}08)} + 0{,}4$$

który dla półkulistego dna $\alpha = \frac{h}{D} = \frac{R}{D} = 0{,}5$

wynosi $z = 0{,}5905$;

Wobec tego zamiast wzoru: $1{,}1\,\frac{p\,D}{4s} = k$

(gdzie k jest dopuszczalne naprężenie) wypływającego bezpośrednio z równości 6 otrzymujemy:

$$1{,}181\,\frac{p\,D}{4s} = k \quad \left(\text{albo } k = \sim 1{,}18\,\frac{p\,D}{4s}\right) \quad . \; . \quad (10)$$

a wartość σ_1'' byłaby określona równością:

$$\sigma_1'' = 0{,}256\,\frac{p\,D}{4s} = \sim 0{,}25\,\frac{p\,D}{4s} \quad . \; . \; . \quad (11)$$

[1]) Dziennik Ustaw R. P. 1930 r. Załącznik do 713 Rozporządzenia Ministra Przem. i Handlu z dn. 8 listopada 1930 r. Rozdział VI, § 11 wzór 20.

stanowiąc ~ 25% naprężenia powłokowego. Określenie σ_1'' według przepisów polskich (wzór 11) przy zachowaniu niezmienionego σ_1 jest więc korzystniejsze dla pewności obliczenia niż według przepisów niemieckich.

Wobec powyższego jeżelibyśmy w okrągłej płycie zamocowanej na obrzeżu przyjęli za naprężenie powłokowe, naprężenie panujące w środku płyty (wzór 4) — to naprężenie zginające na obrzeżu, uwzględniając wzór (1) — oceniliśmy jako równe 100% naprężenia powłokowego t.j.

$$\sigma_1'' = \frac{3}{8} p \left(\frac{D}{2}\right)^2 \frac{1}{s^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

Wydaje się więc, iż przy zwiększeniu promienia denka od $R = \frac{D}{2}$ do $R = \infty$ wartość σ_1'' — oceniana procentowo od naprężenia powłokowego — zwiększa się od 25% do 100%. Należy jednak uprzytomnić sobie, że o ile $R = \frac{D}{2}$ to promień R pod wpływem działania ciśnienia praktycznie nie ulega zmianie, a przy $R = \infty$ radykalnie się zmniejsza, przyjmując już wartość skończoną.

Określając R w przybliżeniu ze strzałki ugięcia f (łuk koła) otrzymujemy:

$$R = \frac{f}{2} + \frac{D^2}{8f} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

gdzie

$$f = \frac{p}{64} \left(\frac{D}{2}\right)^4 \frac{12\,(1 - \mu^2)}{E s^3} \quad . \quad . \quad . \quad (14)^{1)}$$

przy $E = 2100.000$ i $\mu = 0{,}3$:

$$f = \left(\frac{D}{2}\right)^4 \cdot \frac{p}{12300000\ s^3} = \frac{p}{196700000} \cdot \frac{D^4}{s^3} \quad (14^a)$$

Jeżeli więc naprężenie zginając σ_1'' odnosić będziemy do stanu rzeczy przed odkształceniem, to przy $R = \frac{D}{2}$, σ_1'' będzie ~25% naprężenia powłokowego, a przy $R = \infty$ σ_1'' — 0%. Naprężenie σ_1'' powstaje wskutek wydłużenia się tworzącej powierzchni obrotowej denka. Ze wzrostem wartości absolutnej tego wydłużenia przy tej samej średnicy D i grubości s naprężenie to wzrasta. Przy $R = \frac{D}{2}$ wartość absolutna wydłużenia tworzącej, jest duża dzięki długości tworzącej natomiast przy $R = \infty$ wartość ta jest też duża dzięki bardzo dużemu promieniowi R (pociągającemu za sobą bardzo duże naprężenie powłokowe). Pojawienie się w tym skrajnym przypadku naprężeń zginających niewątpliwie wpływa zmniejszająco na naprężenie powłokowe.

Dla $R > \frac{D}{2}$ naprężenie zginające będzie mniejsze niż dla $R = \frac{D}{2}$, oraz dla $R < \infty$ będzie ono mniejsze niż dla przypadku $R = \infty$, jeżeli naprężenie zginające i powłokowe odnosić będziemy do stanu rzeczy po odkształceniu.

Dla pewnej wartości R naprężenie zginające σ_1'' w ilościowem porównaniu z naprężeniem powłokowem $\sigma_1' = \frac{p \cdot R}{2 \cdot s}$ staje się zerem, to jest krzywa σ_1' przecina krzywą całkowitego największego naprężenia $\sigma_1' = \sigma_1' + \sigma_1''$.

Innemi słowy w denku kulistem bez wyoblenia naprężenie południkowe na utwierdzonym obrzeżu przy $R = \frac{D}{2}$ jest nieco większe od powłokowego, a mianowicie zamiast $\frac{p \cdot R}{2 \cdot s} = \frac{p \cdot D}{4 \cdot s}$ przyjmujemy w przybliżeniu iż zgodnie z polskiemi przepisami wynosi ono $1{,}3275\ \frac{p \cdot D}{4 \cdot s} = 1{,}3275\ \frac{p \cdot R}{2 \cdot s}$ (o ile przyjąć $\sigma_2 = \mu\,\sigma_1 = 0{,}3\ \sigma_1$). W miarę wzrostu R, całkowite naprężenie południkowe na obrzeżu denka zbliża się do naprężenia powłokowego, przy pewnem R jest mu równe (krzywe przecinają się), a dalej jest stale mniejsze i przy $R = \infty$,

$$\sigma_1 = \frac{3}{16} p \frac{D^2}{s^2}.$$

Zdając sobie dokładnie sprawę, iż wzór na wysiłek denka półkulistego

$$1{,}181\ \frac{pD}{4s} = k; \ (A)$$

i odpowiadający mu wzór na naprężenie południkowe przy $\sigma_2 = \mu\,\sigma_1 = 0{,}3\ \sigma_1$;

$$\sigma_1 = 1{,}3275 \cdot \frac{pD}{4s}; \ (a)$$

---

1) Kurs wytrzymałości materjałów Timoszenko-Huber. Str. 280 wzór 306 i str. 269, wzór 280.

jest zupełnie w innych warunkach i na innych zasadach wyprowadzony niż wzór na na naprężenie południkowe w płycie zamocowanej

$$\sigma_1 = \frac{3}{16}\, p\, \frac{D^2}{s^2}\ ;\ (b)$$

i odpowiądający mu wzór na wysiłek przy $\sigma_2 = \mu\,.\,\sigma_1 = 0{,}3\ \sigma_1$;

$$0{,}889\ \frac{3}{16}\,.\,p\,.\,\frac{D^2}{s^2} = k;\ (B)$$

Uważam iż byłoby bardzo pożądane, aby wzór do obliczenia omawianych denek dawał dla naprężenia skrajnych wartości R naprężenia a i b a dla wytężenia wartości A i B.

Po dość licznych próbach znalazłem wzór odpowiadający wszystkim poniżej w toku rozumowania wspomnianym warunkom, a mianowicie

$$\sigma_1 = \frac{p}{16s}\left[6{,}62\left(R - \sqrt{R^2 - 0{,}25\ D^2}\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{3\ D^2}{3R - 3\sqrt{R^2 - 0{,}25\,D + s}}\right] \quad . \ . \ . \quad (15)$$

Wzór ten jest jednak dość skomplikowany, a więc byłby trudny w użyciu.

Uwzględniając zależność pomiędzy wysokością denka h, średnicą D i promieniem R, a mianowicie:

$$R = \frac{4\,h^2 + D^2}{8h} \quad . \ . \ . \ . \quad (16)$$

otrzymujemy:

$$h = R - \sqrt{R^2 - 0{,}25\ D^2} \quad . \ . \quad (16_a)$$

Co pozwoli uprościć wzór 15:

$$\sigma_1 = \frac{p}{16}\left(6{,}62\,\frac{h}{s} + 3\,\frac{D}{s}\cdot\frac{D}{3h + s}\right) . \ . \quad (15_a)$$

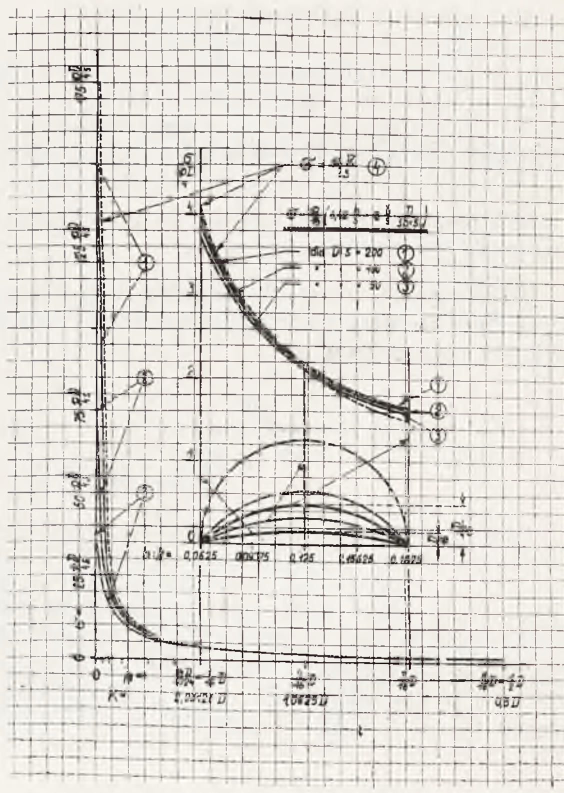
Na wykresie rys. 5 przedstawiono przebieg krzywych σ_1 w granicach $\frac{h}{D} = 0 \div 0{,}5$ dla $\frac{s}{D} = 200, 100, 50$ (stosunki najczęściej spotykane w praktyce). Pozatem podano krzywą naprężenia powłokowego $\sigma = \frac{pD}{2s}$ (linja punktowana).

Ponadto na rysunku 5 dla stosunków spotykanych w praktyce $\frac{h}{D} = \frac{1}{16}$ do $\frac{3}{16}$ podano te same krzywe przy 25 krotnie zwiększonej rzędnej.

W celu znalezienia warunku wytrzymałościowego weźmiemy pod uwagę równość

$$\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x\,\sigma_y + 3\,\tau^2 = k^2 \quad . \quad (17)$$

$$\left(k = \frac{K_p}{x_p}\right)$$



Rys. 5.

Ponieważ uwzględniany w obliczeniu wysiłek materjału dotyczy punktu, znajdującego się na powierzchni wewnętrznej ścianki to bacząc na rozkład naprężeń ścinających w wymiarze grubości ścianki, zamiast równania 17 uwzględniamy następujące

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\,\sigma_2 = k^2 \quad . \ . \quad (17_a)$$

Przy założeniu doskonałego zamocowania denka na obrzeżu $\sigma_2 = \mu\ \sigma_1$ więc:

$$\sqrt{1 + \mu^2 - \mu}\ .\ \sigma_1 = k \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (17_b)$$

Z równań 15_a i 17_b otrzymujemy:

$$\sqrt{1+\mu^2}-\mu \cdot \frac{p}{16}\left(6{,}62\,\frac{h}{s}+\right.$$

$$\left.+\,3\,\frac{D}{s}\cdot\frac{D}{3h+s}\right)=k \quad . \quad . \quad (18)$$

Dla walcowanej stali kotłowej ($\mu = 0{,}3$) otrzymujemy zamiast równości 17_b:

$$0{,}889\ \sigma_1 = k$$

Dla blachy miedzianej ($\mu = 0{,}34$):

$$0{,}88\ \sigma_1 = k$$

Przyjmując dla żelaza i miedzi $\sqrt{1+\mu^2}-\mu =$ $= 0{,}889$ popełniamy odnośnie do miedzi, błąd na korzyść pewności obliczenia.

Taki ogólny wzór dla metali plastycznych po uskutecznieniu możliwych uproszczeń przedstawi się ostatecznie.

$$\frac{p}{6 . s}\left(2{,}21\ h+\frac{D^2}{3h+s}\right) \leqslant k \quad . \quad (18a)$$

Dla półkulistego dna $h = \frac{D}{2}$, uwzględniając, co się czyni przy obliczaniu zwykłych den, iż s jest bardzo małe ($s = 0$) wobec $3h$, otrzymujemy nieomal zupełnie dokładnie (wzór A), a dla okrągłej płyty zamocowanej również nieomal ściśle (wzór B).

Stosując nową hipotezę „zmiennej krańcowej energji odkształcenia objętościowo-postaciowego“ której autorem jest dr. inż. Włodzimierz Burzyński, dla przeciętnych własności żeliwa:

$Kr = 1200\ kg/cm^2$ — doraźna wytrzymałość na rozerwanie,

$Kz = 7500$ „ — doraźna wytrzymałość na ściskanie

$Ks = 1500$ „ — doraźna wytrzymałość na skręcanie (czyste ścinanie)

$\mu = 0{,}2$

otrzymujemy posiłkując się wzorem 15a zamiast 18a następujący wzór na wysiłek:

$$1{,}1\ \sigma_1 \leqslant k;$$

lub ostatecznie:

$$\frac{1{,}24 . p}{6 . s}\cdot\left(2{,}21\ h+\frac{D^2}{3h+s}\right) \leqslant k \quad . \quad . \quad (19)$$

(gdzie $k = 300\ kg/cm^2$) lub nieco więcej Czyli, co na jedno wynosi

$$\frac{p}{6 . s}\cdot\left(2{,}21h+\frac{D^2}{3h+s}\right) \leqslant 245 \quad . \quad (19a)$$

lub najwyżej $300\ kg/cm^2$.

Pomimo nowości tej hipotezy, można ją tu bez ryzyka stosować, jako dającej rezultaty różniące się na korzyść pewności wytrzymałościowej w porównaniu z hipotezą największego wydłużenia.

Wyprowadzając wzór 15a i 18a braliśmy pod uwagę $\sigma_2 = \mu\ \sigma_1$ przez co przyjmowaliśmy, iż obrzeże czaszy sferycznej jest doskonale sztywno zamocowane.

W rzeczywistości, jeżeliby nawet pominąć odkształcalność pierścienia, to dzięki przymocowaniu doń czaszy kulistej, (przeważnie na nity) zamocowanie to jest mniej lub więcej sprężyste. Ta okoliczność jednak wpływa w proponowanym sposobie obliczenia na zwiększenie pewności [1]).

Należy jeszcze omówić kwestję racjonalnego uwzględnienia osłabienia $z = \frac{t-d}{t}$ czaszy kulistej na obrzeżu. Zwiększenie w danym punkcie obydwu naprężeń głównych $\frac{1}{z}$ razy, pociąga za sobą również zwiększenie wytężenia $\frac{1}{z}$ razy co widać bezpośrednio z równości 17a.

W połączeniu denka półkulistego za pomocą nitowania ze względu na panowanie w kierunku tworzącej przedewszystkiem naprężenia rozciągającego, należy brać pod uwagę osłabienie prawie całkowite. W płycie natomiast osłabienie to mogłoby wcale nie być brane pod uwagę, gdyż przy wyprowadzaniu odnośnego wzoru pominęliśmy radjalne rozciąganie obrzeża, działają tam bowiem prawie wyłącznie naprężenia zginające. W pośrednich denkach: $0 < h < R$ wpływ osłabienia mieścić się będzie w granicach od 0 do $\sim z$.

---

[1]) Patrz *Przegl. Techn.* Nr. 51-52 z dn. 24 — 31 grudnia 1930 r., str. 1001.

Przyjmując, że osłabienie zmniejsza się wraz z h początkowo łagodnie a następnie przy h bliskiem 0 szybciej do wartości:

$$z = \frac{t - 0{,}25\,d}{t}$$

lub ogólnie:

$$z = \frac{t - m.d}{t} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

moglibyśmy się posiłkować wzorem

$$m = \sqrt{\frac{h}{D}} + 0{,}25 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

Za zmniejszeniem osłabienia, przy łączeniu na nity, przemawia również w dużej mierze ta okoliczność, iż w granicach $\frac{h}{D}$, w których dominującą rolę odgrywa zginanie, zwiększenie grubości denka n razy pociąga za sobą zmniejszenienie tych naprężeń n^2 razy.

Jeżeli uwzględnimy, wzory 20 i 21 wówczas wzór 18a przybiera postać

$$\frac{p}{6\,.\,s\,.\,z} \cdot \left(2{,}21\;h + \frac{D^2}{3h + s}\right) \leqslant k \quad . \quad . \quad (22)$$

Z powyższego widać iż nasze rozważania jakoteż i wzór 20 i 21 odnoszą się tylko do osłabień nitowych. Oile osłabienia innego rodzaju powodują ścienienie grubości na obrzeżu czaszy kulistej, to należałoby uwzględnić nietylko osłabienie grubości na zginanie lecz również groźne działanie występującego tu zjawiska działania karbu.

Jako kołnierz praktycznie nieodkształcalny, można uważać taki który posiada conajmniej 1,5 krotną grubość z obliczenia zwykłego denka talerzowego, któregoby częścią był ten kołnierz. Tak zwiększona grubość zmniejsza naprężenia zginające $\sim 1{,}5^2 = 2{,}25$ a zdolność do odkształcenia $\sim 1{,}5^3 = 3{,}375$ krotnie.

Inż. STANISŁAW KRÓL.

DŹWIGI CIERNE.

W ostatnich latach wprowadzono na rynek nowy typ dźwigów osobowych i towarowych t. zw. dźwigi cierne (trakcyjne). W dźwigach tego rodzaju miejsce bębna zajmuje tarcza cierna. Zasada ustroju tarczy ciernej polega na tem, że zamiast stałego umocowania końców lin nośnych na bębnie, łączy się końce jednej i tej samej liny z kabiną i przeciwwagą w ten sposób, aby lina w swobodnem zetknięciu z tarczą, opasywała ją tylko na długość pewnego łuku — a połączenie liny z tarczą było wywołane wyłącznie przez opór tarcia, jakie powstanie między liną a tarczą z powodu obciążenia obu końców liny. Najważniejszy zatem warunek tego urządzenia - dostateczne tarcie - spowodowało nazwę „tarczy ciernej". Zasada ta od dosyć już dawna stosowana jest z dużem powodzeniem w górniczych urządzeniach wyciągowych pod nazwą tarczy systemu „Koepe".

Dźwigi cierne posiadają cały szereg zalet w porównaniu z dźwigami bębnowemi. Przedewszystkiem budowa dźwigarek tych dźwigów jest niezależna od wysokości podnoszenia, gdyż przy zmianie tej wysokości, należy wymienić tylko liny nośne na dłuższe. Ta niezależność dźwigarki od wysokości budynku ułatwia normalizację, przez co stwarza dogodne warunki dla produkcji.

Wskutek umożliwienia zastosowania większej ilości lin nośnych (3 — 8), bezpieczeństwo organów nośnych na zerwanie wybitnie się zwiększa, a przez zastosowanie lin o specjalnej konstrukcji poprawia się ich trwałość.

Następnie rodzaj połączenia lin z tarczą cierną usuwa niebezpieczeństwo przejechania przez kabinę krańcowych położeń i uderzenia kabiny w sklepienie szybu.

Dźwigi cierne wymagają jednak dosyć dokładnych obliczeń — szczególnie zwrócić należy uwagę na obliczenie średnic tarcz ciernych, profili rowków, średnic lin i ich ilości.

W niniejszym artykule zajmiemy się obliczeniem zdolności napędu ciernego (sprzężenia ciernego) tarcz ciernych, a więc rozpatrzymy warunki, jakie należy zachować, aby nie występował poślizg lin na tarczy.

Wyjdziemy z zasadniczego równania:

$$\frac{T_2}{T_1} \leqq e^{f(\mu)\,\beta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1).$$

Ponieważ, jak widać z powyższego wzoru, ilość lin nie ma wpływu na zdolność napędu ciernego tarczy ciernej, celem więc uproszczenia rozważań będziemy mówili w dalszym ciągu o jednej linie.

W równaniu powyższem oznaczają:

$\frac{T_2}{T_1} > 1$ stosunek sił w obu końcach liny,

$f(\mu)$ spółczynnik tarcia, który jest funkcją profilu rowka,

β kąt opasania tarczy przez linę w mierze łukowej.

Dla stosunku sił $\frac{T_2}{T_1}$ w obu końcach liny, miarodajne jest nietylko normalne obciążenie statyczne; ze względu na bezpieczeństwo należy również się liczyć z pewnem przeciążeniem — dochodzącem nawet do 100% ciężaru użytecznego. Jak wykazuje statystyka, przyjęcie takie jest w zupełności uzasadnione, często bowiem zdarzają się wypadki, że do kabiny dźwigu naładowano taki ciężar, jaki zdołano zmieścić. Należy też uwzględnić dodatkowe siły dynamiczne, powstające przy uruchamianiu, względnie zatrzymywaniu dźwigu; w tych bowiem okresach możliwy jest pewien poślizg lin na tarczy ciernej.

Równoczesne jednak uwzględnienie obciążeń statycznych jak i dynamicznych wydaje się za ostrożne, należy więc przeliczyć w jakich warunkach dawać pierwszeństwo jednemu z tych czynników.

Normalne obciążenie statyczne (bez uwzględnienia ciężaru lin nośnych) plus 100% przeciążenia możemy przedstawić w formie wzoru:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{F + 2Q}{G}$$

gdzie oznaczają:

F — ciężar własny kabiny,

Q — ciężar użyteczny,

$G = F + 0{,}5\,Q$ — ciężar przeciwwagi.

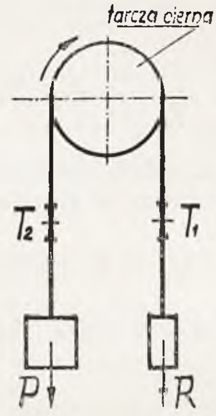
Siły dynamiczne.

Rys. 1 przedstawia szematycznie dźwig, który porusza się w oznaczonym kierunku. Na końcach lin wiszą ciężary P i R, gdzie $P > R$. Podczas okresu jazdy, pomijając ciężar własny lin, obciążenia równają się:

$$T_2 = P; \quad T_1 = R.$$

W czasie zaś okresu przyśpieszenia, względnie opóźnienia wartości te są inne.

Rozpatrzmy np. okres przyśpieszenia i oznaczmy literą „p" przyśpieszenie w m/sek^2, z jakiem cały układ zostaje wprawiony w ruch.



Rys. 1

Wychodząc z zasadniczego równania:

siła = masa × przyśpieszenie

otrzymujemy równanie:

a) dla końca liny nawijającej się:

$$T_2 - P = \frac{P}{g} p \text{ lub } T_2 = P\left(1 + \frac{p}{g}\right)$$

b) dla końca liny odwijającej się:

$$R - T_1 = \frac{R}{g} p \text{ lub } T_1 = R\left(1 - \frac{p}{g}\right)$$

Powyższe równania ułożono, pomijając ciężar własny i elastyczność lin.

Przy uwzględnieniu więc dodatkowych obciążeń dynamicznych, zakładając normalne obciążenie statyczne otrzymujemy w niekorzystnym wypadku t. zn. pusta kabina na górze:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{G}{F} \cdot \frac{g + p}{g - p}$$

gdzie

$$\frac{g + p}{g - p} = \varphi(p)$$

oznacza spółczynnik dynamiczny.

Otrzymujemy więc dwa zasadnicze równania:

$$2. \qquad \frac{T_2}{T_1} = \frac{F + 2Q}{G}$$

$$3. \qquad \frac{T_2}{T_1} = \frac{G}{F} \cdot \frac{g + p}{g - p}$$

Obecnie przeliczymy dla jakich wartości spółczynnika dynamicznego $\varphi\ (p)$ stosunek sił $\frac{T_2}{T_1}$, obliczony dla dodatkowych sił dynamicznych, równy jest stosunkowi $\frac{T_2}{T_1}$ dla obciążeń statycznych.

Przyrównanie równań 2 i 3 daje:

$\frac{F + 2Q}{G} = \varphi\ (p)\ \frac{G}{F}$, podstawiając

$G = 0{,}5\ Q + F$ otrzymujemy:

$$\frac{F + 2Q}{F + \frac{Q}{2}} = \frac{F + \frac{Q}{2}}{F}\ \varphi\ (p)$$

więc

$$4. \qquad \varphi\ (p) = \frac{F\ (F + 2Q)}{\left(F + \frac{Q}{2}\right)^2}$$

Jeżeli więc w jakiemś urządzeniu praktyczna wartość $\varphi\ (p)$ większa jest, niż podana w równaniu 4, wtedy dla określenia stosunku sił $\frac{T_2}{T_1}$ w równaniu 1, miarodajne są dodatkowe obciążenia dynamiczne, jeżeli natomiast wartość ta jest mniejsza, należy uwzględnić przeciążenie statyczne.

Ponieważ $\varphi\ (p)$ w równaniu 4 osiąga swą wartość maxymalną, między $Q = O$ a $Q = \infty$, która, jak wynika z doświadczeń, jest niższa od wartości praktycznych $\varphi\ (p)$, możemy więc niezależnie od wielkości ciężaru użytecznego Q liczyć się tylko z dodatkowemi obciążeniami dynamicznemi.

Różniczkując równanie 4 podług Q, otrzymujemy:

$$\frac{d\ \varphi\ (p)}{d\ Q} = \frac{\left(F + \frac{Q}{2}\right)^2 \cdot 2F - F\ (F + 2\ Q) \cdot \left(F + \frac{Q}{2}\right)}{\left(F + \frac{Q}{2}\right)^4}$$

Maximum i minimum $\varphi\ (p)$ jest przy następujących wartościach Q:

$$\left(F + \frac{Q}{2}\right) \left[\left(F + \frac{Q}{2}\right) \cdot 2F - F\ (F + 2\ Q)\right] = 0$$

$$Q_1 = -\ 2F$$

$$Q_2 = +\ F$$

$\varphi\ (p)$ osiąga więc maximum dla wartości $Q = F$ w równaniu 4:

$$\varphi\ (p) = \frac{F\ (F + 2F)}{\left(F + \frac{F}{2}\right)^2} = 1{,}33$$

stąd otrzymujemy wartość „p"

$$\varphi\ (p) = \frac{g + p}{g - p} = 1{,}33$$

$$p = \frac{0{,}33}{2{,}33}\ g = 0{,}14\ g.$$

Ponieważ rzeczywiste wartości „p" prawie zawsze są wyższe, należy więc przyjmować w obliczeniach spółczynnik $\varphi\ (p) > 1{,}33$. Przyjęcie takie uwzględnia równocześnie przeciążenie statyczne o 100%.

KRONIKA TECHNICZNA

Projektowanie i koszty budowy nowoczesnych urządzeń kotłowych.

(Archiv für Wärmewirtschaft Nr. 12 r. 1932).

W kosztach 1 *t* pary poważną pozycję tworzą koszty kapitału (oprocentowanie i amortyzacja). Zmniejszenie kosztów zakładowych jest dziś najważniejszem zadaniem w budowie urządzeń siłowni. W porównaniu z Ameryką sprawa ta, wg. autora, w Niemczech jest niedoceniona.

Obserwowany kierunek: szukanie nowych typów kotłów występuje przedewszystkiem w Niemczech, podczas gdy Ameryka trzyma się raczej typów istniejących, zwracając uwagę na zmniejszenie kosztów budowy. Jakkolwiek kierunek niemiecki jest dalej patrzący, jednak zdaniem autora — nie da się zaprzeczyć, że częściowo on odbiegł od zdrowego dalszego rozwoju. Wielka różnorodność tworzonych konstrukcji kotłów nie sprzyja potanieniu kosztów budowy. Przytoczone są następnie przykłady kierunku amerykańskiego, który przez ulepszenie metody fabrykacji i pewną normalizację części dąży do tańszej budowy.

Duże możliwości oszczędności istnieją również w budowie kotłowni. Można dbać i o estetyczny wygląd, ale nie należy się trzymać mody.

Również układ całości instalacji winien mieć na uwadze obniżanie kosztów zakładowych. Autor w końcu nadmienia, że lepiej skromniej budować, niż nie budować wcale.

Badania obiegu wodnego w kotłach stromorurkowych.

(Archiv für Wärmewirtschaft Nr. 1 r. 1933).

Na obieg wody w kotłach parowych, wywołany różnicą ciężarów właściwych mieszaniny wody i pary w rurach silnie ogrzewanych i mało, wzgl. zupełnie nieogrzewanych, wpływa: samoodparowalność na skutek różnic ciśnień słupa wody w kotle, oraz prędkość względna baniek pary w odniesieniu do wody. Pierwszy czynnik polepsza, drugi pogarsza obieg wody.

Następnie autor podaje wyniki dalszych badań nad obiegiem wody, które wskazują, że prędkości względne baniek pary wzrastają z malejącą gęstością mieszaniny, czyli ze wzrostem zawartości pary, maleją ze wzrostem ciśnień, a są praktycznie niezależne od badanych średnic rur (od 50 — 90 *mm*).

Ze wzrostem natężenia powierzchni ogrzewalnej szybkość obiegu wody przy niższych ciśnieniach początkowo wzrasta, osiąga wartość najwyższą, a następnie maleje; ze wzrostem ciśnień najwyższa wartość przesuwa się w stronę coraz większych natężeń.

Badania z węglem górnośląskim w piecach kaflowych.

(Archiv füu Wärmewirtschaft Nr. 11 r. 1932)

Autor podaje wyniki badań nad spalaniem węgla górnośląskiego — sortyment: groszek i orzech — z zestawieniem bilansów cieplnych, na dwuch typach pieców kaflowych: Brabbée o pow. ogrzew. 4,57 m^2 i starszego typu o pow. ogrzew. 6,6 m^2.

Otrzymane ogólne sprawności leżały w granicach od 52,1% do 76,8%, średnio dla 12 pomiarów 67%.

Według autora koniecznie potrzebne jest doprowadzenie wtórnego powietrza przez uchylenie górnych drzwiczek (które należy wtenczas zamknąć, gdy już niema płomienia), przy zamkniętych drzwiczkach wewnętrznych, ale z dostatecznemi otworami dla dopływu wtórnego powietrza. Szczególnie przy użyciu drobniejszego węgla — groszku wyniki były znacznie gorsze przy spalaniu bez wtórnego powietrza. Mniejsze różnice zachodzą przy orzechu (a więc grubszym sortymencie), który zarazem wykazuje mniejszą czułość na złą obsługę. Naogół przy dobrej obsłudze można osiągnąć bardzo dobre spalanie i wykorzystanie ciepła.

R. M.

WIADOMOŚCI URZĘDOWE

Dnia 15 lutego b. r. w *Dz. U. R. P.* Nr. 9, poz. 53 ukazała się: „Ustawa z dnia 25 stycznia 1933 r. o zmianie mocy obowiązującej ustawy z dnia 31 mają 1921 r. o nadzorze nad kotłami parowemi.

Art. 1. W górnośląskiej części województwa śląskiego ustawa z dnia 31 maja 1921 r. o nadzorze nad kotłami parowemi (*Dz. U. R. P.* Nr. 50, poz. 303) w brzmieniu ustawy z dnia 6 grudnia 1921 r. (*Dz.U.R.P* Nr. 108, poz. 786) wchodzi w życie piętnastego dnia po dniu ogłoszenia oświadczenia Prezesa Rady Ministrów o wyrażeniu zgody na nią przez Sejm Śląski.

Art. 2. Wykonanie ustawy niniejszej porucza się Ministrowi Przemysłu i Handlu.

Art. 3. Ustawa niniejsza wchodzi w życie z dniem ogłoszenia.

Prezydent Rzeczypospolitej: *I. Mościcki.*
Prezes Rady Ministrów: *A. Prystor.*
Minister Przemysłu i Handlu: *Zarzycki*".